ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

26 Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Πρώτη Φάση)

Κυριακή, 15 Ιανουαρίου, 2012

Ώρα: 10:00 - 13:00

Οδηγίες:

1) ***Το δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες και πέντε (5) θέματα.***
2) ***Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα του δοκιμίου.***
3) ***Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.***
4) ***Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.***
5) ***Επιτρέπεται η χρήση ΜΟΝΟ μπλε μελανιού. (Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι).***
6) ***Τα σχήματα των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.***
7) ***Δίνεται: g = 10 m/s.^{2}***

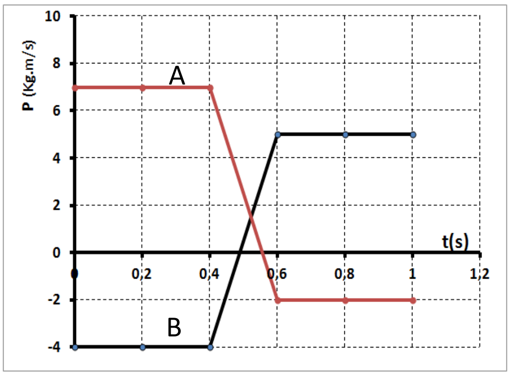
ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^o: (Μονάδες 25)

Α. α. Να διατυπώσετε το γενικευμένο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα. (μον. 2)

Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα, όταν πάνω σε ένα σώμα ασκούνται δυνάμεις και η συνισταμένη τους είναι διάφορη του μηδενός τότε, το σώμα αποκτά επιτάχυνση οπότε η ορμή μεταβάλλεται.
«Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος ισούται με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.» (μον. 2)

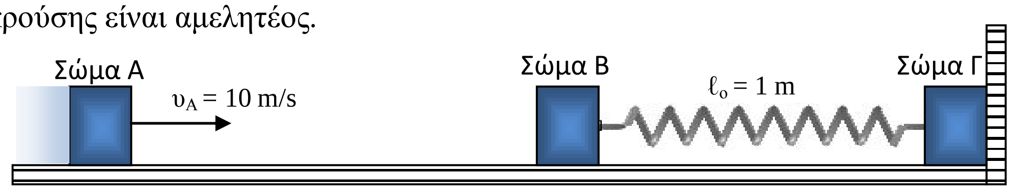
β. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι η διπλανή γραφική παράσταση της ορμής σε σχέση με το χρόνο P = f (t) για δύο σφαίρες Α και Β οι οποίες βρίσκονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο παριστάνει πλαστική κρούση. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (μον. 3)



Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος και δίνεται από την σχέση $\vec{P} = m.\vec{u}$. Αρχικά τα σώματα Α και Β κινούνται αντίθετες φορές γιατί η ορμή του σώματος Α είναι θετική ($\vec{P}_A = +7kg.m/s$) ενώ του σώματος Β αρνητική ($\vec{P}_B = -4kgm/s$). Μετά την κρούση οι ορμές τους είναι και πάλι αντίθετες ($\vec{P'}_A = -2kg.m/s$ και $\vec{P'}_B = +5kgm/s$). Στην πλαστική κρούση τα δυο σώματα έχουν κοινή ταχύτητα άρα οι ορμές των δύο σωμάτων θα πρέπει να είναι ομόρροπες άρα ο συλλογισμός του είναι λανθασμένος.

(μον. 3)

Β. Σώμα Α μάζας m_A = 0,5 kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $υ_A$ = 10 m/s και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β τη χρονική στιγμή t = 0. Το σώμα Β έχει μάζα m_B = 2 kg και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ελατηρίου το οποίο έχει σταθερά k = 200 N/m και φυσικό μήκος ℓ_o = 1 m. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο το σώμα Γ μάζας $m_Γ$ = 2 kg το οποίο εφάπτεται σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχο όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Ο χρόνος της κρούσης είναι αμελητέος.



α,Να υπολογίσετε:

i. τις ταχύτητες των σωμάτων Α και Β αμέσως μετά την κρούση, (μον. 4)

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\left.\begin{array}{l} ΣF_{εξ.} = \dfrac{ΔP}{Δt} \\ ΣF_{εξ.} = 0 \end{array}\right\} \quad \frac{ΔP}{Δt} = 0 \;\rightarrow\; ΔP=0 \;\rightarrow\; P_{τελ.} - P_{αρχ} = 0 \;\rightarrow\; P_{αρχ} = P_{τελ}$$

$$P_A + P_B = P'_A + P'_B$$

$$m_A υ_A + \cancel{m_B υ_B} = m_A v_A + m_B v_B$$

$$m_A(υ_A - v_A) = m_B v_B \quad (1)$$

(μον. 1)

Από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας:

$$E_{κινA} + E_{κινB} = E'_{κινA} + E'_{κινB}$$

$$½\, m_A u_A^2 + \cancel{½\, m_B u_B^2} = ½\, m_A v_A^2 + ½\, m_B v_B^2$$

$$½\, m_A u_A^2 - ½\, m_A v_A^2 = ½\, m_B v_B^2$$

$$m_A(u_A^2 - v_A^2) = m_B v_B^2$$

$$m_A(u_A - v_A)(u_A + v_A) = m_B v_B^2 \quad (2)$$

(μον. 1)

Διαιρώντας (2)/(1):

$$\frac{m_A(u_A - v_A)(u_A + v_A) = m_B v_B^2}{m_A(υ_A - v_A) = m_B v_B}$$

$$(u_A + v_A) = v_B \qquad (3)$$

(μον. 1)

Από την εξίσωση (3) και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1)

$$10 + v_A = v_B$$

$$\Rightarrow \; 0{,}5\,(10 - v_A) = 2\, v_B$$

$$0{,}5\,(10 - v_A) = 2\,(10 + v_A)$$

$$-2{,}5\, v_A = 15$$

v_A = - 6 m/s και v_B = +4 m/s

(μον. 1)

ii. την ελάχιστη απόσταση των σωμάτων Β και Γ, (μον. 3)

Από την Αρχή της Μηχανικής Ενέργειας υπολογίζετε η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου: $E_{μηχαρχ} = E_{μηχτελ}$

$E'_{κινB} = E_{ελ}$

$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} k\, \Delta\ell^2$

$2.(4)^2 = 200\, \Delta\ell^2$

$\Delta\ell^2 = 32/200$

$\boxed{\Delta\ell = 0{,}4 \text{ m}}$ (μον. 2)

Η ελάχιστη απόσταση των σωμάτων Β και Γ

$\Delta x = \ell_0 - \Delta\ell$

$\Delta x = 1 - 0{,}4$ m

$\boxed{\Delta x = 0{,}6 \text{ m}}$ (μον. 1)

iii. τη χρονική στιγμή που το σώμα Γ χάνει την επαφή με τον κατακόρυφο τοίχο, (μον. 4)

$k = D$

$k = m\omega^2$

$k = m\,(2\pi/T)^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{10}\text{ s} \rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{5}\text{ s}}$$ (μον. 2)

Το σώμα Γ χάνει την επαφή με τον κατακόρυφο τοίχο όταν το σώμα Β που εκτελεί Α.Α.Τ. διέρχεται από την Θ.Ι. και το ελατήριο αρχίζει να επιμηκύνεται δηλαδή

$$t = \frac{T}{2} \rightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{10}\text{ s}}$$ (μον. 2)

iv. τη μέγιστη δύναμη που ασκεί ο κατακόρυφος τοίχος στο σώμα Γ μετά την κρούση των σωμάτων Α και Β, (μον. 5)

Την στιγμή της μέγιστης συσπείρωσης

$\Sigma F = 0$

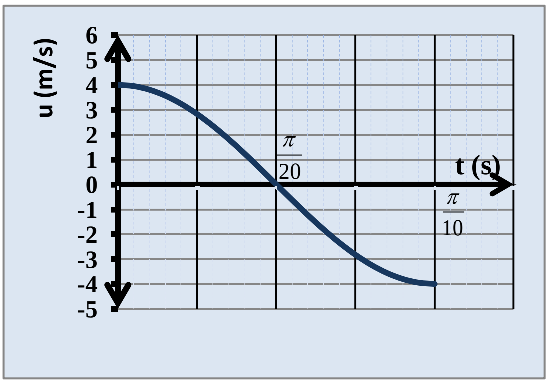
$F_{ελ} - F_{τοιχ} = 0$

$F_{τοιχ} = k.\Delta\ell$

$F_{τοιχ} = 200.0{,}4$

$\boxed{F_{τοιχ} = 80 \text{ N}}$ (μον. 5)

β. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Β σε σχέση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή που έγινε η κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα Γ χάνει την επαφή με τον κατακόρυφο τοίχο. (μον. 4)



$u_o = v_B = +4$ m/s

$u_o = \omega.x_0 \rightarrow \upsilon_0 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}}.0{,}4$

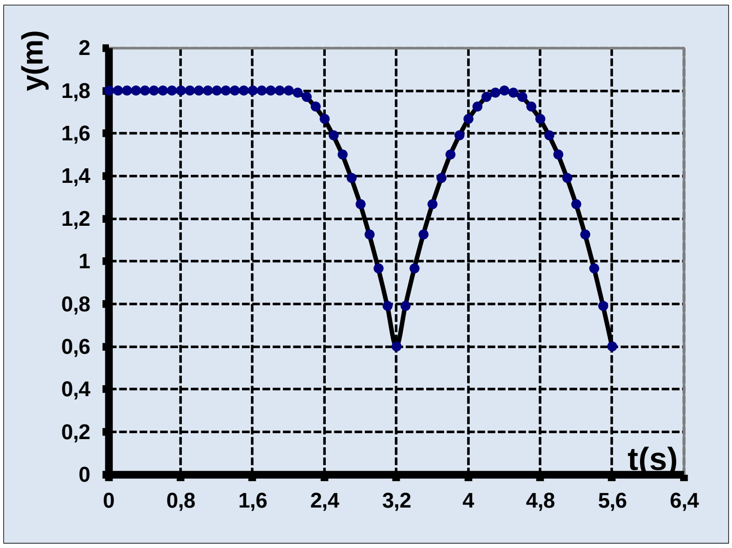
$\boxed{u_o = 4 \text{m/s}}$ (μον.1)

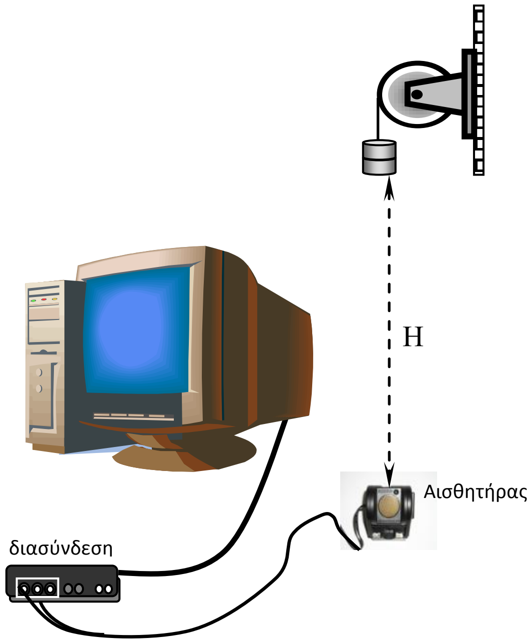
Για τη βαθμολόγηση του άξονα του χρόνου. (μον.1)

Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης. (μον. 2)

ΘΕΜΑ 2^o: (Μονάδες 10)

Ένας μαθητής βρίσκεται στο εργαστήριο Φυσικής για να υπολογίσει τη ροπή αδράνειας μιας τροχαλίας. Αναρτά στην τροχαλία βαρίδια μάζας 1 kg σε απόσταση Η από τον αισθητήρα της κίνησης όπως φαίνεται στο σχήμα και ακολούθως θέτει τον αισθητήρα σε λειτουργία. Τη χρονική στιγμή t = 2 s αφήνει ελεύθερα τα βαρίδια και ο αισθητήρας καταγράφει τη θέση των βαριδιών σε σχέση με τον χρόνο όπως φαίνεται στην πιο κάτω γραφική παράσταση.





α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνεια της τροχαλίας αν η ακτίνα της είναι r = 0,1 m.

(μον. 6)

y=H-ℓ ℓ: ελάχιστη απόσταση των βαριδιών από τον αισθητήρα.

y=1,8-0,6

y=1,2 m (μον. 0,5)

$$y=\frac{1}{2}.\alpha.\Delta t^2$$

$$1{,}2=\frac{1}{2}.\alpha.(1{,}2)^2 \qquad (\Delta t = 3{,}2 - 2s = 1{,}2\ s)$$

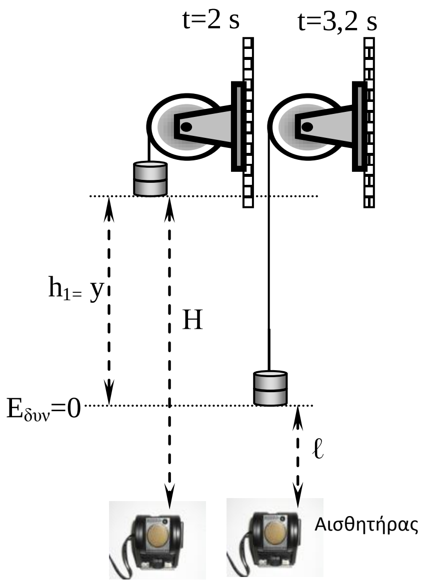
$$\boxed{\alpha=\frac{5}{3}\frac{m}{s^2}}$$ (μον. 1)

u=a.t

$$u=\frac{5}{3}.1{,}2$$

$$\boxed{u=2\ \frac{m}{s}}$$ (μον. 0,5)

$$E_{μηχ αρχ} = E_{μηχ τελ.}$$
$$E_{δυν} = E_{κιν.βαρ} + E_{κιν.τρ}$$
$$m.g.h_1 = \frac{1}{2}mu^2_{βαρ} + \frac{1}{2}I_{τροχ}.\omega^2_{τροχ}$$
$$m.g.h_1 = \frac{1}{2}mu^2_{βαρ} + \frac{1}{2}I_{τροχ}.\frac{\upsilon^2}{r^2_{τροχ}}$$ (μον. 2)
$$1.10.1{,}2 = ½.1.2^2 + ½.I_{τροχ}.\frac{2^2}{0{,}1^2}$$
$$12=2+200.I_{τροχ}$$
$$10=200.I_{τροχ}$$
$\boxed{I_{τροχ} = 0{,}05 \text{ kg.m/s}}$ (μον. 2)



β. Τη χρονική στιγμή t = 2,6 s να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας προς την κινητική ενέργεια των βαριδιών. (μον. 4)

$$t=2{,}6 - 2 = 0{,}6 \text{ s}$$

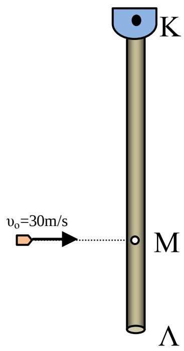
$$u=α.\ t = (5/3).0{,}6 = 1 \text{ m/s}$$ (μον. 1)

$$\frac{E_{κιν.τρο}}{E_{κιν.βαρ}} = \frac{\frac{1}{2}I_{τροχ}\omega^2}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{\frac{1}{2}I_{τροχ}\frac{\upsilon^2}{r^2}}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{\frac{1}{2}.(0{,}05).\frac{1^2}{0{,}1^2}}{\frac{1}{2}1.1^2} = \frac{5}{1}$$

$$\boxed{\frac{E_{κιν.τρο}}{E_{κιν.βαρ}} = \frac{5}{1}}$$ (μον. 3)

<u>ΘΕΜΑ 3^{ο}: (Μονάδες 20)</u>

Η ράβδος ΚΛ του διπλανού σχήματος έχει μήκος ℓ = 0,8 m και μάζα Μ = 1,2 kg. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο Κ. Πλαστελίνη μάζας m = 0,4 kg κινείται οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_o = 30 m/s και προσκρούει και προσκολλάται στη ράβδο στο σημείο Μ το οποίο απέχει ℓ/4 από το Λ. Η ροπή αδράνειας της ράβδου δίνεται από τη σχέση $I=\frac{1}{3}M\ell^2$ και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



α. Να υπολογίσετε:

i. την αρχική ολική στροφορμή του συστήματος, (μον. 2)

$L_{αρχ.} = m.\upsilon.r$

$L_{αρχ.} = m.\upsilon.(3\ell/4)$

$L_{αρχ.} = 0{,}4.30.(3.0{,}8/4)$ ➔ $\boxed{L_{αρχ.} = 7{,}2 \text{ kg.m/s}^2}$ (μον. 2)

ii. τη γωνιακή ταχύτητα με την οποία αρχίζει το σύστημα να περιστρέφεται, (μον. 3)

Όταν η ράβδος βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων του βάρους της ράβδου και της πλαστελίνης είναι ίση με μηδέν ($\Sigma M_{\varepsilon\xi.}= 0$) γιατί οι διευθύνσεις τους διέρχονται από τον άξονα περιστροφής. Έτσι για το σύστημα πλαστελίνη – ράβδο ισχύει η αρχής διατήρησης της στροφορμής.

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma M_{\varepsilon\xi.} = \dfrac{\Delta L}{\Delta t} \\ \Sigma M_{\varepsilon\xi.} = 0\end{array}\right\} \quad \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta L = 0 \;\Rightarrow\; L_{\tau\varepsilon\lambda.} - L_{\alpha\rho\chi} = 0 \;\Rightarrow\; L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$L_{\pi\lambda\alpha\sigma\tau} + L_{\rho\alpha\beta} = L'_{\pi\lambda\alpha\sigma\tau} + L'_{\pi\lambda\alpha\sigma\tau}$$

$$m.\upsilon.r + \cancel{I_{\rho\alpha\beta}\omega_{\rho\alpha\beta}} = (I_{\pi\lambda} + I_{\rho\alpha\beta})\omega_\kappa$$

$$m.\upsilon.(3\ell/4) = (I_{\pi\lambda} + I_{\rho\alpha\beta})\omega_\kappa$$

$$\boxed{\omega_\kappa = 18\ rad/s}$$ (μον. 3)

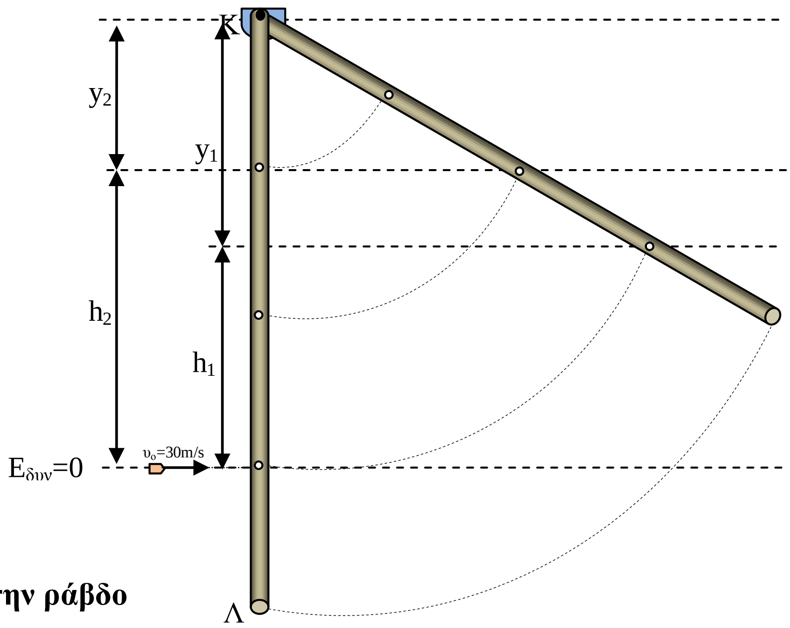
iii. την απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση, (μον. 3)

$$E_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}0{,}4.30^2 = 180J$$ (μον. 1)

$$E_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}(I_{\rho\alpha\beta} + I_{\pi\lambda}).\omega^2 = \frac{1}{2}(0{,}256 + 0{,}144).18^2 = 64{,}8J$$ (μον. 1)

$$\Delta E = E_{\tau\varepsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi} = 64{,}8 - 180 \;\Rightarrow\; \boxed{\Delta E = -115{,}2\ J}$$ (μον. 1)

iv. τη γραμμική ταχύτητα της πλαστελίνης όταν η ράβδος σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 60^0. (μον. 5)



Για την πλαστελίνη

$y_1 = (3\ell/4).\sigma\upsilon\nu\ 60^0$

$y_1 = (3.0{,}8/4).0{,}5$

$y_1 = 0{,}3$ m

$h_1 = (3\ell/4) - y_1$

$h_1 = 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}3$ m (μον. 1)

Για το κ.μ. της ράβδου

$y_2 = (\ell/2).\sigma\upsilon\nu\ 60^0$

$y_2 = (0{,}8/2).0{,}5$

$y_2 = 0{,}2$ m

$h_2 = (3\ell/4) - y_2$

$h_2 = 0{,}6 - 0{,}2 = 0{,}4$ m (μον. 1)

Μετά την κρούση της πλαστελίνης στην ράβδο

$$E_{\mu\eta\chi.\alpha\rho\chi.} = E_{\mu\eta\chi.\tau\varepsilon\lambda.}$$

$$E_{\kappa\iota\nu.\pi\lambda.} + E_{\kappa\iota\nu.\rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \rho\alpha\beta} = E_{\kappa\iota\nu.\pi\lambda} + E_{\kappa\iota\nu.\rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \pi\lambda}$$

$$\frac{1}{2}(I_{\rho\alpha\beta}).\omega_k^{\ 2} + \frac{1}{2}(I_{\pi\lambda}).\omega_k^{\ 2} + Mg.h = \frac{1}{2}(I_{\rho\alpha\beta} + I_{\pi\lambda}).\omega^2_{\kappa 60^0} + Mgh_2 + mgh_1$$

$$\frac{1}{2}(0{,}256 + 0{,}144).18^2 + 1{,}2.10.0{,}2 = \frac{1}{2}(0{,}4).\omega^2_{\kappa 60^0} + 1{,}2.10.0{,}4 + 0{,}4.10.0{,}3$$

$$64{,}8 + 2{,}4 = 0{,}2.\,\omega^2_{\kappa 60^0} + 4{,}8 + 1{,}2$$

$$\omega^2_{\kappa 60^0} = 306$$

$$\omega_{\kappa 60^0} = 17{,}49\frac{rad}{s}$$ (μον. 2,5)

Η γραμμική ταχύτητα της πλαστελίνης

u=ω.r

u=ω.(3ℓ/4)

u=17,49.(3.0,8/4)

$\boxed{u=10{,}49\ m/s}$ (μον.0,5)

β. Να διερευνήσετε αν η ράβδος μπορεί να κάνει πλήρη περιστροφή. (μον. 4)

$$E_{\mu\eta\chi.\alpha\rho\chi.} = E_{\mu\eta\chi.\tau\varepsilon\lambda.}$$

$$E_{\kappa\iota\nu.\pi\lambda.} + E_{\kappa\iota\nu.\rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \rho\alpha\beta} = E_{\kappa\iota\nu.\pi\lambda} + E_{\kappa\iota\nu.\rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \rho\alpha\beta} + E_{\delta\upsilon\nu.\ \pi\lambda}$$

$$\frac{1}{2}(I_{\rho\alpha\beta}).\omega_k^{\ 2} + \frac{1}{2}(I_{\pi\lambda}).\omega_k^{\ 2} + Mg.h = \frac{1}{2}(I_{\rho\alpha\beta} + I_{\pi\lambda}).\omega_{\kappa\alpha\tau}^2 + Mg((5\ell/4) + mg(6\ell/4)$$

$$\frac{1}{2}(0{,}256 + 0{,}144).18^2 + 1{,}2.10.0{,}2 = \frac{1}{2}(0{,}4).\omega_{\kappa\alpha\tau}^2 + 1{,}2.10.1 + 0{,}4.10.1{,}2$$

$$64{,}8+2{,}4=0{,}2.\,\omega_{\kappa\alpha\tau}^2 + 12 + 4{,}8$$

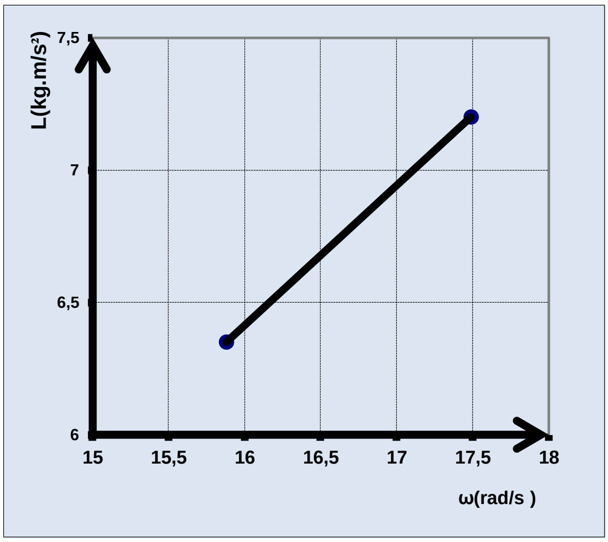
$$\omega_{\kappa\alpha\tau}^2 = 252$$

$$\boxed{\omega_{\kappa\alpha\tau} = 15{,}87\frac{rad}{s}}$$ (μον. 3,5)

Επειδή η γωνιακή ταχύτητα είναι θετική, $\omega_{\kappa\alpha\tau} > 0$, θα μπορέσει η ράβδος να κάνει πλήρη περιστροφή. (μον. 0,5)

γ. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της στροφορμής του συστήματος σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα $L_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = f(\omega)$. (μον. 3)

Σύμφωνα με τη σχέση $L = I \cdot \omega$ η γραφική παράσταση $L = f(\omega)$ θα είναι ευθεία γραμμή. Για τη συγκεκριμένη άσκηση αυτή η ευθεία έχει συγκεκριμένα όρια.



Στην κατώτερη θέση όπου έγινε η κρούση

$\omega_\kappa = 18$ rad/s

και $L_{\alpha\rho\chi.} = 7{,}2$ kg.m/s^2 (μον. 1)

Στην ανώτερη θέση

$$\omega_{\kappa\alpha\tau} = 15{,}87\frac{rad}{s}$$

$L_{\alpha\rho\chi.} = 6{,}35$ kg.m/s^2 (μον. 1)

Η χάραξη της γραφικής παράστασης (μον. 1)

ΘΕΜΑ 4ο: (Μονάδες 25)

Α. Τί ονομάζουμε Απλή Αρμονική Ταλάντωση (Α.Α.Τ.) και ποια είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να εκτελεί ένα σώμα Α.Α.Τ; (μον. 2)

Απλή Αρμονική Ταλάντωση (Α.Α.Τ) ονομάζουμε την ευθύγραμμη περιοδική παλινδρομική κίνηση, κατά την οποία η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι ημιτονοειδής (ή συνημιτονοειδής) συνάρτηση του χρόνου.

Για να εκτελεί ένα σώμα Απλή Αρμονική Ταλάντωση πρέπει να ασκείται σε αυτό δύναμη που να έχει μέτρο ανάλογο με την απομάκρυνση. Η δύναμη αυτή έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας, δηλαδή τείνει να φέρει το σώμα που εκτελεί ταλάντωση στη θέση ισορροπίας, γι' αυτό ονομάζεται δύναμη επαναφοράς. ΣF=-Dy

Β. Μία πλατφόρμα μάζας M = 3 kg είναι στερεωμένη και ισορροπεί στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου αβαρούς ελατηρίου σταθεράς K = 100 N/m. Σώμα μάζας m = 1 kg αφήνεται ελεύθερο από ύψος h=1,8 m πάνω από την πλατφόρμα με αποτέλεσμα να συγκρουστεί πλαστικά με την πλατφόρμα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ. (μον. 3)

Στην Αρχική Θ.Ι.

$\Sigma F=0$

$B_1 - F_{\varepsilon\lambda 1} = 0$

$Mg - ky_1 = 0$ (μον. 1)

Στην Νέα Θ.Ι.

$\Sigma F=0$

$B_1 + B_2 - F_{\varepsilon\lambda.2} = 0$

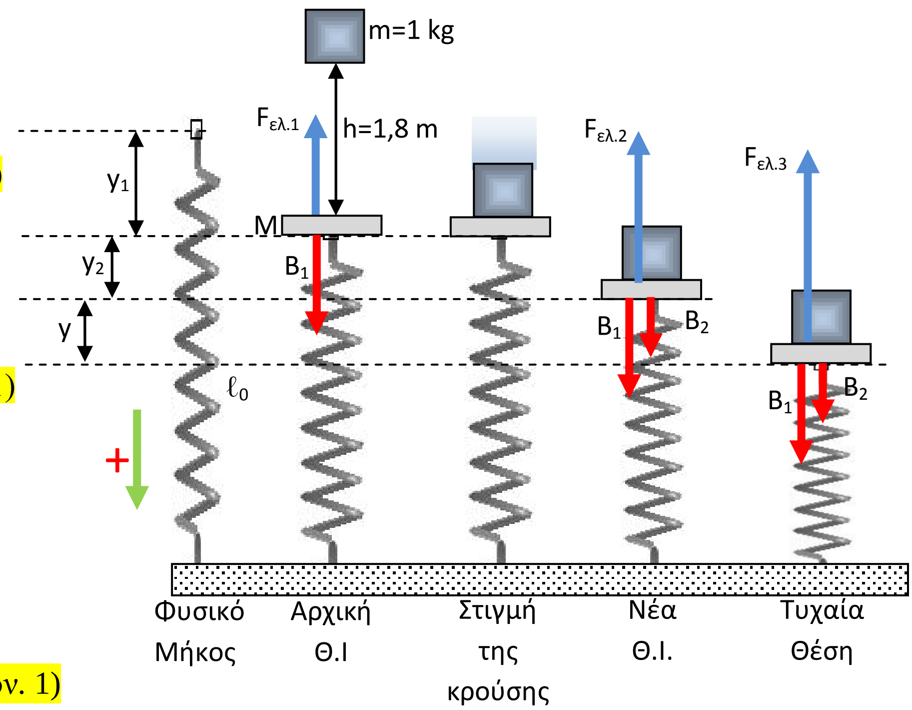
$Mg + mg - k(y_1 + y_2) = 0$ (μον. 1)

Στην Τυχαία Θέση

$\Sigma F = B_1 + B_2 - F_{\varepsilon\lambda.3}$

$\Sigma F = Mg + mg - k(y_1 + y_2 + y)$

$\Sigma F = \cancel{Mg} + \cancel{mg} - \cancel{ky_1} - \cancel{ky_2} - ky$



$\Sigma F = -ky$ ➔ $\boxed{\Sigma F = -D.y}$ (μον. 1)

β. Να υπολογίσετε:

i. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, (μον. 4)

Για το Σώμα μάζας m

$E_{\mu\eta\chi.\alpha\rho\chi.} = E_{\mu\eta\chi.\tau\varepsilon\lambda.}$

$E_{\delta\upsilon\nu} = E_{\kappa\iota\nu}$

$$m.g.h = \frac{1}{2}mu^2$$

$$u = \sqrt{2gh}$$

u = 6 m/s (μον. 2)

$P_{αρχ} = P_{τελ}$

$P_A + \cancel{P_B} = P'_A + P'_B$

$mυ_A + M\cancel{υ_B} = (m + M)v_k$

$1.6 = (1+3)\ v_k$

$\boxed{v_k = 1,5\ m/s}$ (μον. 2)

ii. την περίοδο της ταλάντωσης, (μον. 2)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1+3}{100}}$$

$$T = 2\pi\frac{2}{10} \qquad \boxed{T = \frac{2\pi}{5}s}$$ (μον. 2)

iii. το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, (μον. 4)

$α = -\omega^2.y_2$

$$\alpha = -\left(\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}}\right)^2.0,1$$

$$\alpha = -(5)^2 0,1$$

$$\boxed{\alpha = -2,5\frac{m}{s^2}}$$ (μον. 2)

$ΣF=0$

$B_1 - F_{ελ1} = 0$

$Mg - ky_1 = 0$

$y_1 = 30/100$

$y_1 = = 0,3\ m$ (μον. 1)

$ΣF=0$

$B_1 + B_2 - F_{ελ.2} = 0$

$Mg + mg - k\,(y_1 + y_2) = 0$

$y_2 = (40-30)/100$

$y_2 = 0,1$ (μον. 1)

iv. το πλάτος της ταλάντωσης, (μον. 4)

Α΄ Τρόπος

$$u = \pm\omega\sqrt{y_0^2 - y^2}$$

$$1,5 = \pm\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}}\sqrt{y_0^2 - 0,1^2}$$

$$2,25 = \frac{4\pi^2}{\frac{4\pi^2}{25}}(y_0^2 - 0,01)$$

$$2,25 = 25.(y_0^2 - 0,01)$$

$$0,09 = (y_0^2 - 0,01)$$

$$y_0^2 = 0,1$$

$\boxed{y_0 = 0,32m}$ (μον. 4)

Β΄ Τρόπος (Αμέσως μετά την κρούση)

$E_{μηχαρχ} = E_{μηχτελ.}$

$E_{κιν} + E_{ελ2} = E_{ελ0}$

$\cancel{½}(m + M)v_κ^2 + \cancel{½}k\ y_2^2 = \cancel{½}k\ y_o^2$

$(1 + 3).\ (1,5)^2 + 100.\ (0,1)^2 = 100\ y_o^2$

$(4).\ (2,25) + 100.\ (0,01) = 100\ y_o^2$

$9 + 1 = 100\ y_o^2$

$\boxed{y_o = 0,32\ m}$ (μον. 4)

v. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος, (μον. 2)

$d = y_1 + y_2 + y_0$

$d = 0,3 + 0,1 + 0,32$ ➔ $\boxed{d = 0,72\ m}$ (μον. 2) γ. Σε ποια θέση η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης. (μον. 4)

$$E_{κιν} = 3\, E_{ελ}$$

$$½\,(m + M)u^2 = 3\ ½\, D\, y^2$$

$$½\,(m + M).(\omega\sqrt{y_0^2 - y^2})^2 = 3\ ½\, D\, y^2$$

$$(m + M).\omega^2(y_0^2 - y^2) = 3\, D\, y^2$$

$$D.(y_0^2 - y^2) = 3\, D\, y^2$$

$$(y_0^2 - y^2) = 3\, y^2$$

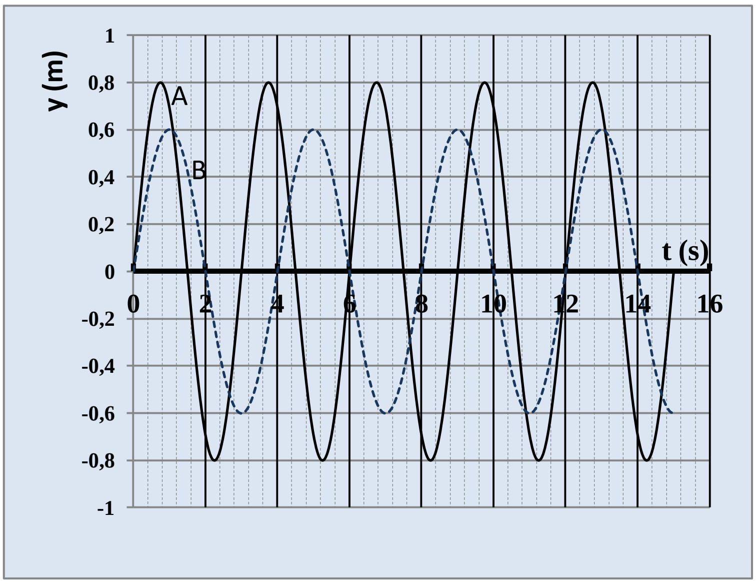
$$y_0^2 = 4y^2$$

$$y = \pm\frac{y_0}{2} \quad y = \pm\frac{0{,}32}{2} = \pm 0{,}16\ m$$

$$\boxed{y = \pm 0{,}16\ m}$$

ΘΕΜΑ 5ο: (Μονάδες 20)

Στη διπλανή γραφική παράσταση δίνεται η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας σε σχέση με το χρόνο για δύο σώματα Α και Β που έχουν μάζες m_A = 0,3 kg και m_B = 0,4 kg και τα οποία εκτελούν Απλή Αρμονική Ταλάντωση.



Α. Να προσδιορίσετε, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, τη χρονική στιγμή, μετά από τη χρονική στιγμή t = 0, κατά την οποία:

α. τα δύο σώματα διέρχονται συγχρόνως για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπία με τις ταχύτητες τους να έχουν ίδια φορά, (μον. 1,5)

Τη χρονική στιγμή t = 12 s (μον. 0,5)

Τη χρονική στιγμή t = 0 s τα δύο σώματα Α και Β τίθενται σε Α.Α.Τ. από την Θέση ισορροπίας με θετική φορά. Την χρονική στιγμή t = 12 s βρίσκονται και πάλι στην Θέση Ισορροπίας με το σώμα Α να εκτελεί τέσσερεις (4) πλήρης ταλαντώσεις ενώ το σώμα Β να εκτελεί τρεις (3) πλήρης ταλαντώσεις. Έτσι θα συνεχίσουν με την ίδια φορά. (μον. 1)

β. τα δύο σώματα διέρχονται συγχρόνως για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπία με τις ταχύτητες τους να έχουν αντίθετη φορά. (μον. 1,5)

Τη χρονική στιγμή t = 6 s (μον. 0,5)

Τη χρονική στιγμή t = 0 s τα δύο σώματα Α και Β τίθενται σε Α.Α.Τ. από την Θέση ισορροπίας με θετική φορά. Την χρονική στιγμή t = 6 s βρίσκονται και πάλι στην Θέση Ισορροπίας με το σώμα Α να εκτελεί δύο (2) πλήρης ταλαντώσεις ενώ το σώμα Β να εκτελεί μιάμιση (1½) ταλαντώσεις. Έτσι θα συνεχίσουν αντίθετη φορά. (μον. 1)

Β. α.Να υπολογίσετε:

i. το λόγο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Α προς τη μέγιστη ταχύτητα του Β.

$$\frac{u_{0A}}{u_{0B}} = \frac{\omega_A y_{0A}}{\omega_B y_{0B}}$$ (μον. 2)

$$\frac{u_{0A}}{u_{0B}} = \frac{\frac{2\pi}{T_A} y_{0A}}{\frac{2\pi}{T_B} y_{0B}} \qquad \frac{u_{0A}}{u_{0B}} = \frac{T_B y_{0A}}{T_A y_{0B}} \qquad \frac{u_{0A}}{u_{0B}} = \frac{4.0,8}{3.0,6}$$

$$\boxed{\frac{u_{0A}}{u_{0B}} = \frac{16}{9}}$$

ii. το λόγο της κινητικής ενέργειας του Α προς την κινητική ενέργεια του Β τη χρονική στιγμή t = 6 s. (μον. 3)

$$\frac{E_{\kappa\iota\nu A}}{E_{\kappa\iota\nu B}} = \frac{\frac{1}{2} m_A u_A^2}{\frac{1}{2} m_B u_B^2} \qquad \frac{E_{\kappa\iota\nu A}}{E_{\kappa\iota\nu B}} = \frac{0,3}{0,4}\left(\frac{16}{9}\right)^2$$

$$\boxed{\frac{E_{\kappa\iota\nu A}}{E_{\kappa\iota\nu B}} = \frac{64}{27}}$$ (μον. 3)

iii. το λόγο της ελαστικής δυναμικής ενέργειας του Β προς την κινητική ενέργεια του Α τη χρονική στιγμή t = 5 s. (μον. 4)

$$\frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{\frac{1}{2} k y_B^2}{\frac{1}{2} m_A u_A^2} \qquad \frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{\frac{1}{2} m_B \omega_B^2 y_B^2}{\frac{1}{2} m_A u_A^2} \qquad \frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{\frac{1}{2} 0,4\left(\frac{2\pi}{4}\right)^2 (0,6)^2}{\frac{1}{2} 0,3\left(\frac{4\pi}{15}\right)^2}$$

$$\frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{4.\left(\frac{2}{4}\right)^2.(0,6)^2}{3.\left(\frac{4}{15}\right)^2} \qquad \frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{4.\left(\frac{4}{16}\right).(0,36)}{3.\left(\frac{16}{225}\right)} \qquad \frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{\frac{36}{100}}{\left(\frac{16}{75}\right)} \qquad \frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{\frac{36}{4}}{\left(\frac{16}{3}\right)}$$

$$\boxed{\frac{E_{\varepsilon\lambda B}}{E_{\kappa\iota\nu A}} = \frac{27}{16}}$$ (μον. 3)

Τη χρονική στιγμή t = 5 s

$$u_A = \omega . y_{0A} \sigma\upsilon\nu(\omega t)$$

$$u_A = \frac{2\pi}{T} y_{0A} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$u_A = \frac{2\pi}{3}.0,8\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}5\right)$$

$$u_A = \frac{2\pi}{3}.0,8\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{u_A = -\frac{4\pi}{15}\frac{m}{s}}$$ (μον. 1)

β. Να χαράξετε στους ίδιους βαθμολογημένους άξονες τις γραφικές παραστάσεις της κινητικής ενέργειας και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας για το σώμα Α. (μον. 4)

Το σημείο τομής με τον άξονα της ενέργειας

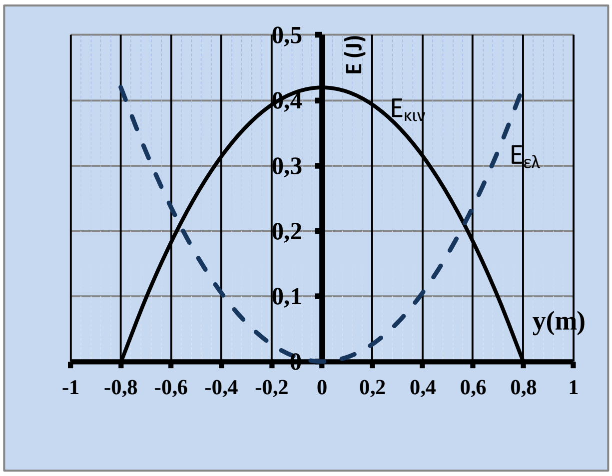
$$E_{\varepsilon\lambda A}=\frac{1}{2}Dy_{oA}^2 \qquad E_{\varepsilon\lambda A}=\frac{1}{2}m_A\omega_A^2y_{oA}^2 \qquad E_{\varepsilon\lambda A}=\frac{1}{2}0{,}3(\frac{2\pi}{3})^2(0{,}8)^2$$

$$E_{\varepsilon\lambda A}=\frac{1}{2}0{,}3(\frac{4\pi^2}{9})(0{,}64)$$

$$E_{\varepsilon\lambda A}=0{,}1(\frac{2\pi^2}{3})(0{,}64)$$

$$\boxed{E_{\varepsilon\lambda A}=0{,}42J}$$ (μον. 1)

Η χάραξη των γραφικών παραστάσεων (μον. 3)



γ. Να χαράξετε στους ίδιους βαθμολογημένους άξονες τις γραφικές παραστάσεις της κινητικής ενέργειας και της δυναμικής ενέργειας σε σχέση με το χρόνο για το σώμα Β.

Το σημείο τομής με τον άξονα της ενέργειας (μον. 4)

$$E_{\varepsilon\lambda B}=\frac{1}{2}Dy_{oB}^2 \qquad E_{\varepsilon\lambda B}=\frac{1}{2}m_B\omega_B^2y_{oB}^2 \qquad E_{\varepsilon\lambda B}=\frac{1}{2}0{,}4(\frac{2\pi}{4})^2(0{,}6)^2$$

$$E_{\varepsilon\lambda B}=\frac{1}{2}0{,}4(\frac{4\pi^2}{16})(0{,}36)$$

$$E_{\varepsilon\lambda B}=0{,}018\pi^2$$

$$\boxed{E_{\varepsilon\lambda B}=0{,}177J}$$ (μον. 1)

Η χάραξη των γραφικών παραστάσεων (μον. 3)